

Chapitre III : la fonction Ordonnancement

Introduction :

L'ordonnancement est un champ d'investigation qui a connu un départ important ces dernières années, tant par les nombreux problèmes identifiés que par l'utilisation et le développement de nombreuses techniques de résolution. Il s'agit de répartir un ensemble de travaux sur des machines ou ateliers de production en respectant au mieux un ensemble de contraintes (technologiques, temporelles etc.), et en cherche à optimiser un ou plusieurs objectifs (cadence de production, délai, coûts, etc.). L'ordonnancement joue un rôle essentiel dans de nombreux secteurs d'activités : la conception (de bâtiments, de produits), l'administration (gestion d'emplois du temps), l'industrie (gestion de la production), l'informatique (ordonnancement de réseaux).

La première partie de ce chapitre est dédiée aux notions de base d'ordonnancement. Dans la seconde partie, nous ferons le lien avec les chapitres précédent à travers l'ordonnancement des activités de maintenance la relation entre la planification et la maintenance avec l'ordonnancement et enfin nous consacrerons une partie de ce chapitre à la prise en compte des quelques méthodes les plus connues dédiées aux techniques d'ordonnancement.

III.1. Rappels et notions historiques de l'ordonnancement :

L'ordonnancement est une discipline scientifique étudiée depuis les années 1950 qui consiste à organiser dans le temps, la réalisation d'un ensemble de tâches, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchaînement, etc.) et de contraintes portant sur l'utilisation et la disponibilité des ressources requises par les tâches. [35]

L'ordonnancement était limité jusqu'aux années soixante à la gestion des fabrications en ateliers. Il a été ensuite étendu à l'établissement des réseaux d'activités. Toutefois, le mot ordonnancement reste aujourd'hui plutôt employé pour une activité de programmation à court terme, alors que la planification concerne une vision à moyen ou long terme. [36]

III.2. Définition de l'ordonnancement :

Ordonnancer, c'est programmer l'exécution d'une réalisation en attribuant des ressources aux tâches et en fixant leurs dates d'exécution.

Par abus de langage, le terme "ordonnancement" est utilisé pour désigner la solution d'un problème d'ordonnancement. Présente pour chaque tâche du problème les dates du début de leur exécution et les ressources auxquelles elles seront affectées, un problème d'ordonnancement peut être traité en fonction d'un ou plusieurs objectifs ou critères de performance (durée des tâches, somme des retards, équilibrage de la charge). [37]

Il faut programmer les tâches de façon à optimiser un certain objectif qui sera, suivant le cas, la minimisation de la durée totale (c'est le critère le plus fréquemment employé) ou le respect des dates de commande ou de lissage des courbes de main d'œuvre ou encore la minimisation d'un coût. [38]

III.3. Objectifs de l'ordonnancement :

Le traitement de l'ordonnancement dans la littérature s'est tout d'abord orienté vers une optimisation monocritère. Les objectifs des entreprises se sont diversifiés et le processus d'ordonnancement est devenu de plus en plus multicritère. Les critères que doit satisfaire un ordonnancement sont variés. [39]. D'une manière générale, on distingue plusieurs classes d'objectifs concernant un ordonnancement :

- Les objectifs liés au temps : on trouve par exemple la minimisation du temps total d'exécution, du temps moyen d'achèvement, des durées totales de réglage ou des retards par rapport aux dates de livraison ;
- Les objectifs liés aux ressources : maximiser la charge d'une ressource ou minimiser le nombre de ressources nécessaires pour réaliser un ensemble de tâches sont des objectifs de ce type ;
- Les objectifs liés au coût : ces objectifs sont généralement de minimiser les coûts de lancement, de production, de stockage, de transport, etc. [40]

III.3.1. Les objectifs de l'ordonnancement en maintenance :

Les objectifs de l'ordonnancement de la maintenance peuvent être décomposés de manière hiérarchique en distinguant les objectifs internes à la maintenance et des objectifs externes. Les

objectifs internes concernent le fonctionnement propre du service de maintenance et les objectifs externes sont imposés par d'autres services (principalement la production). [41]

a- Les objectifs internes sont relatifs :

- Aux coûts de maintenance (respect du ratio préventif/correctif déterminé lors de la définition de la stratégie de maintenance ou encore la minimisation de la durée des interventions).
- A l'optimisation de l'utilisation des ressources de maintenance (tels que le respect des horaires des équipes, la minimisation des temps d'attente, le lissage des charges ou le regroupement des tâches de préparation afin d'en optimiser la durée).
- Aux règles de sécurité (protection des intervenants pour les travaux dangereux).

b- Les objectifs externes, ils sont relatifs :

- Aux performances des machines (honorer les demandes de réglages et de nettoyage et respecter les demandes d'interventions conditionnelles),
- A la fiabilité d'une machine (honorer les demandes de réparation et d'interventions conditionnelles, respecter les dates d'interventions préventives). [42]

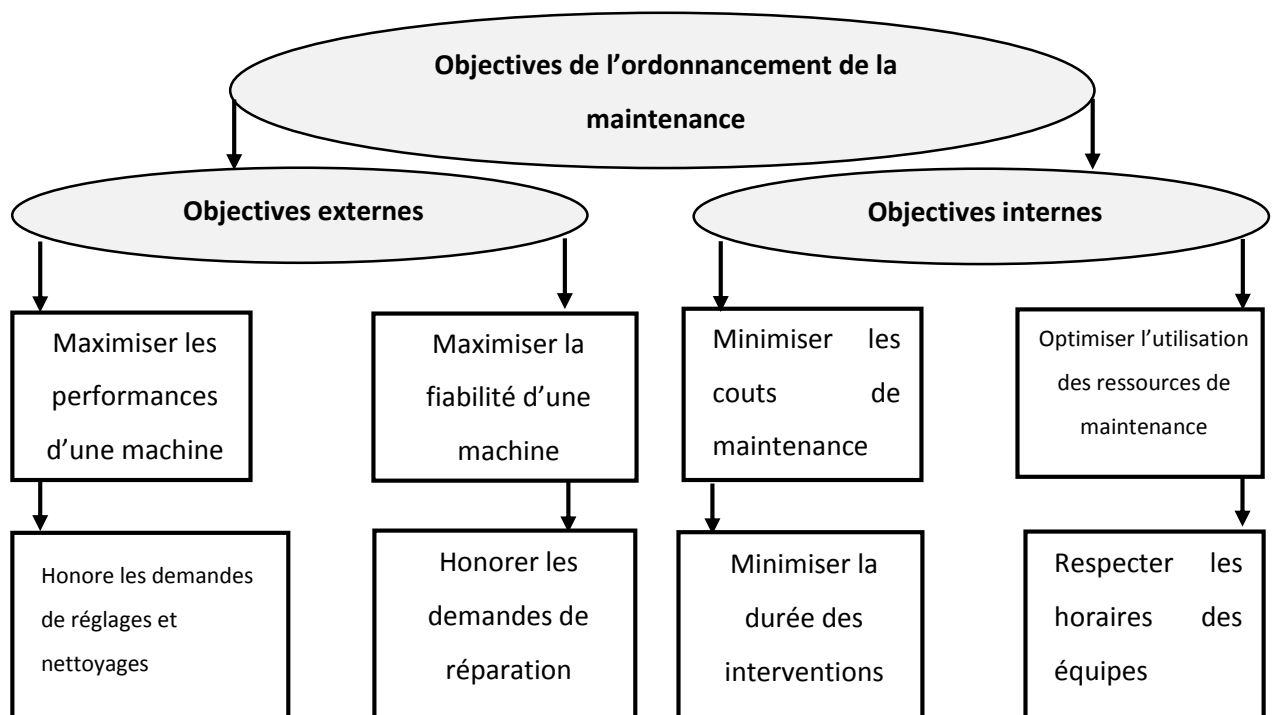


Fig.III.1. Les objectifs de l'ordonnancement de la maintenance.

III.4. Concepts de bases en ordonnancement :

Comme l'ordonnancement est la programmation dans le temps de l'exécution d'une série de tâches (ou activités, opérations) sur un ensemble de ressources physiques (humaines et techniques), en cherchant à optimiser certains critères, financiers ou technologiques, et en respectant les contraintes de fabrication et d'organisation.

III.4.1. Tâches :

Une tâche est une entité élémentaire organisée dans le temps, par une date de début et/ou de fin, et dont la réalisation nécessite une durée préalablement définie. Elle est constituée d'un ensemble d'opérations qui requiert, pour son exécution, certaines ressources et qu'il est nécessaire de programmer de façon à optimiser un certain objectif. On distingue deux types de tâches :

- Les tâches morcelables (préemptives) qui peuvent être exécutées en plusieurs fois, facilitant ainsi la résolution de certains problèmes,
- Les tâches non morcelables (indivisibles) qui doivent être exécutées en une seule fois et ne sont interrompues qu'une fois terminées. [43]

Une tâche est le processus le plus élémentaire, elle est constituée d'un ensemble d'actions à accomplir dans des conditions fixées, une tâche est caractérisée par :

- T_i : Date de début ;
- C_i : Date de fin ;
- P_i : Durée d'exécution opératoire, $p_i = c_i - t_i$;
- R_i : Date de disponibilité ;
- D_i : Date de fin au plus tard.

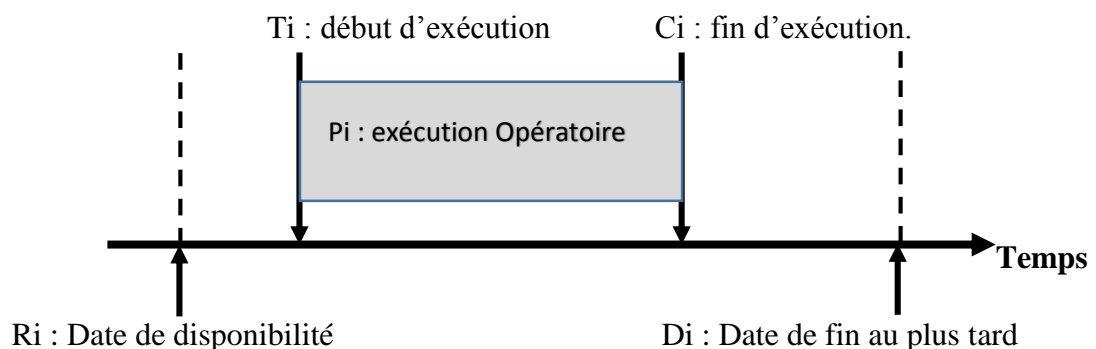


Fig.III.2. Caractéristiques d'une tâche.

III.4.2. Les ressources :

Pour l'exécution des tâches, ces dernières requièrent certaines ressources telles que des machines, la main d'œuvre, les moyens financiers, etc.

Une ressource est donc, un moyen humain ou technique qui est utilisé dans la réalisation d'une tâche. Elle est disponible en quantité limitée. La disponibilité est généralement exprimée par une capacité propre à chaque ressource. On distingue deux types de ressources :

- Les ressources renouvelables si, après avoir été allouée à une tâche, elle redevient disponible après la fin de cette tâche pour les tâches suivantes. C'est le cas pour les machines, les processeurs, les fichiers, le personnel, etc.
- Les ressources consommables si, après avoir été allouée à une tâche, elle n'est plus disponible pour les tâches suivantes. Le cas pour l'argent, la matière première, etc.

On distingue par ailleurs, principalement dans le cas de ressources renouvelables, les ressources disjonctives (ou non partageables) qui ne peuvent exécuter qu'une tâche à la fois (machine, robot, etc.) et les ressources cumulatives (ou partageables) qui peuvent être utilisées par plusieurs tâches en même temps (équipe d'ouvriers, poste de travail, etc.). [22]

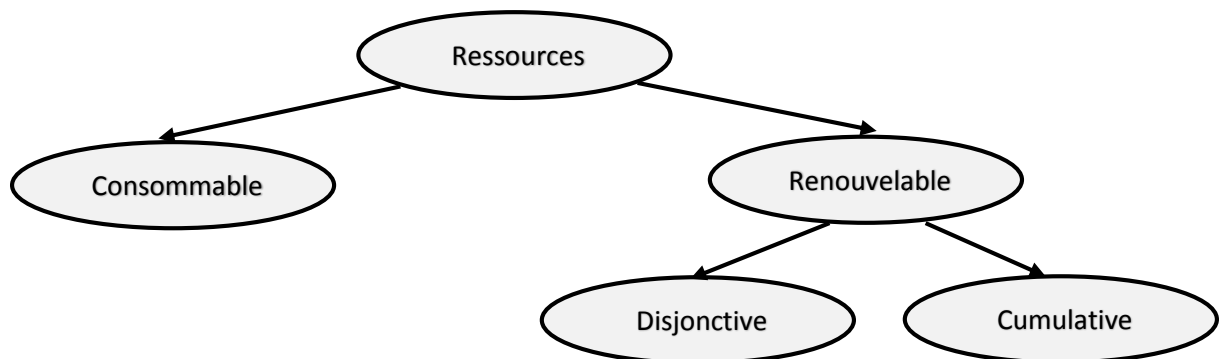


Fig.III.3. Classification des ressources.

III.4.3. Les contraintes :

Une contrainte exprime des restrictions sur les valeurs que peuvent prendre conjointement une ou plusieurs variables de décision (variables des décisions sur le temps et variable d'affectation des ressources).

On peut distinguer deux grandes catégories de contraintes :

- Temporelles : concerne les délais de fabrication imposés, issues généralement d'impératifs de gestion et relatives aux dates limites des tâches et au respect de

positionnement entre tâches par exemple les gammes de fabrication des produits dans un atelier ;

- Ressources : concerne la limitation de la quantité de ressources de chaque type, ces contraintes distinguent les différents types de ressources, qui peuvent être disjonctives (elles n'exécutent qu'une seule tâche à la fois), ou cumulatives (elles peuvent exécuter plusieurs tâches en parallèle). [44]

III.5. Place de l'ordonnancement dans un processus industriel

Dans une entreprise industrielle, plusieurs services sont directement intéressés par l'ordonnancement : la production, les ventes, la maintenance, la gestion de la planification et encore la gestion des ressources humaines.

III.5.1. L'ordonnancement et la planification :

L'ordonnancement se situe exactement dans la phase planification. Il réalise le suivi opérationnel du projet : gestion de ressources, suivi de l'avancement, lancement des activités. Techniquement, c'est plus particulièrement à ce stade qu'interviennent les techniques d'ordonnancement de projet présentées dans ce qui suit. [22]

L'ordonnancement est alors une phase de la planification, la planification raisonne par rapport au but fixé et cherche à déterminer les tâches qui vont permettre de résoudre ce but. L'ordonnancement part au contraire d'un ensemble de tâches connues à l'avance, qu'il s'agit de positionner dans le temps les unes par rapport aux autres.

On peut considérer que l'ordonnancement est un aspect particulier du problème de planification. En fait, planification et ordonnancement tendent actuellement à se rejoindre, la planification et l'ordonnancement servent à produire un plan complet, partant d'un état initial pour atteindre un état final, en respectant toutes les contraintes existantes dans le domaine de planification et d'ordonnancement. Puisque planifier et ordonner ne sont pas deux étapes distinctes. [45]

III.5.2. Ordonnancement et la maintenance :

La fonction ordonnancement a pour mission de prévoir la chronologie du déroulement des différentes tâches, optimiser les moyens nécessaires en fonction des délais et des chemins critiques, etc.

L'ordonnancement de la maintenance sert à planifier la réalisation des tâches de maintenance sur les machines et équipement de la production, c'est à dire de fixer leurs dates de début et leurs dates de fin et de réunir tous les moyens prévus pour leur réalisation (machines, personnel, outils, pièces de rechanges, etc.). [46]

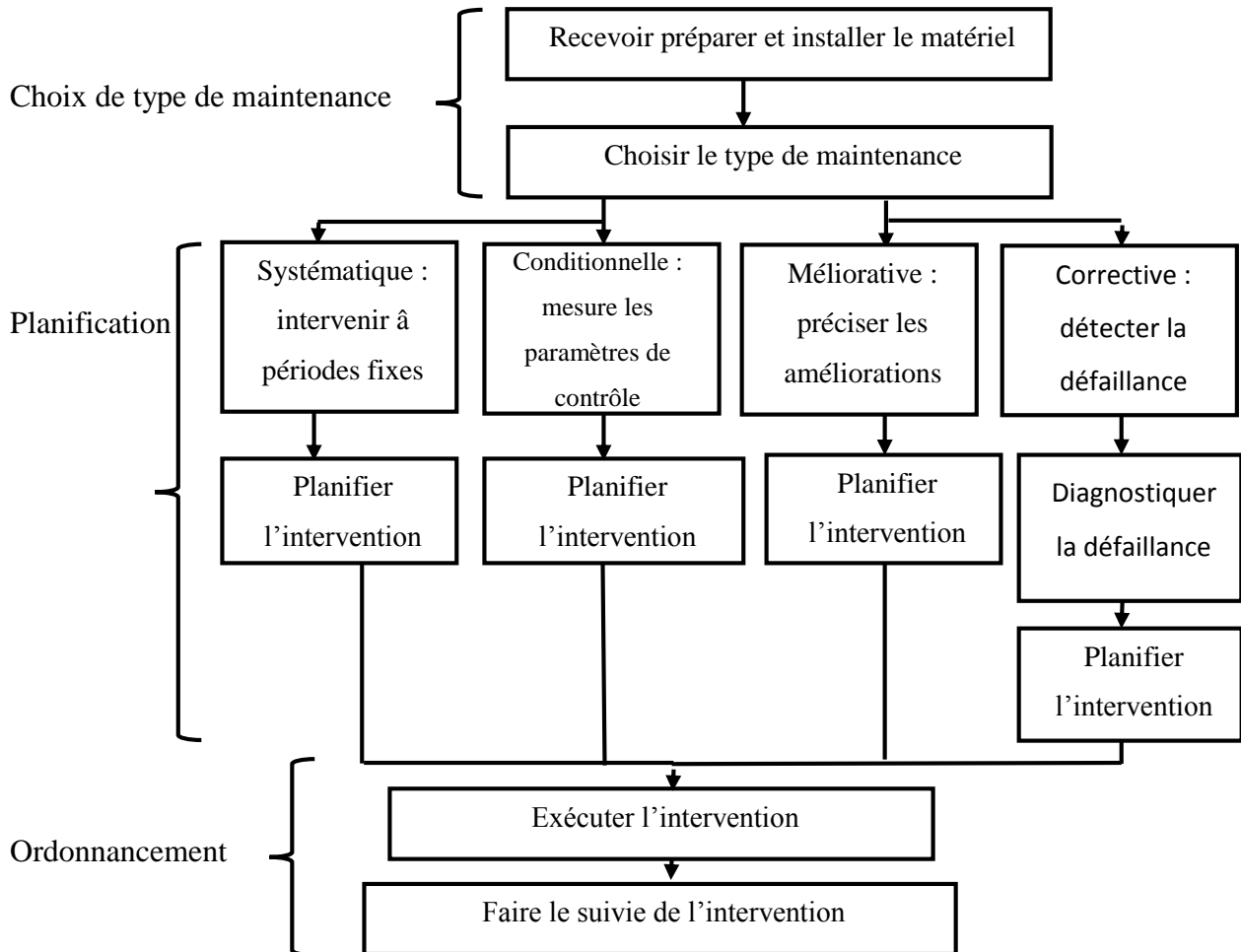


Fig.III.4. Le système de gestion de la maintenance.

III.6. Méthodes et techniques d'ordonnancement :

Les méthodes d'ordonnancement des tâches permettent d'avoir une représentation graphique (permanent ou non) d'une réalisation en représentant chaque opération (ou tâche) par un arc, une liaison, ou un rectangle qui peut être proportionnel ou non à la durée. Ce graphique dans tous les cas permet le positionnement relatif des opérations dans le temps.

Les méthodes d'ordonnancement les plus connues sont : le diagramme de Gantt, la méthode MPM et le PERT. Nous résumons dans les sections suivantes ces trois techniques d'ordonnancement :

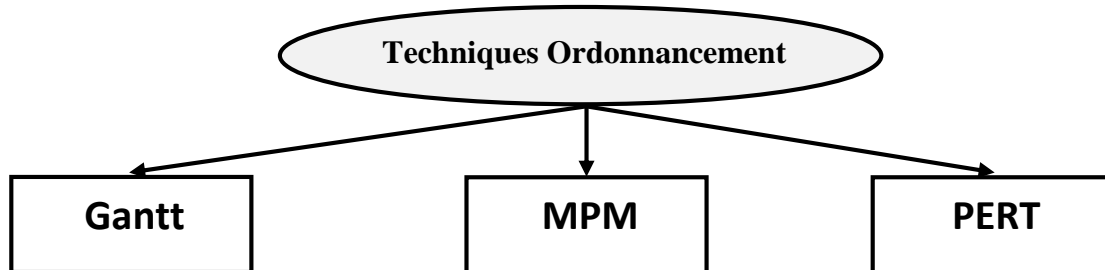


Fig.III.5. Techniques d'ordonnancement.

III.6.1. Le Diagramme de Gantt :

Le diagramme de GANTT est la plus ancienne des trois techniques de planification. Elle porte le nom de son créateur Henry Laurence GANTT, ingénieur et consultant américain, qui l'a mise au point en 1917.

Au début du siècle dernier, le gouvernement américain déclara la guerre à l'Allemagne, Gantt développa alors, une représentation graphique de déroulement des projets, qui prit plus tard le nom de diagramme de Gantt du nom de son inventeur. [47]

Le principe de ce type de diagramme est de représenter au sein d'un tableau, en ligne les différentes tâches et en colonne les unités de temps (exprimées en mois, semaines, jours,). Les différentes étapes de réalisation d'un diagramme de Gantt sont les suivantes :

- Définition des différentes tâches à réaliser et leurs durées.
- Définition des relations d'antériorité entre tâches.
- Représentation des tâches par des traits dans le diagramme : d'abord les tâches n'ayant aucune antériorité, puis celles dont les tâches antérieures ont déjà été représentées, et ainsi de suite.
- Représentation de la progression réelle du travail par un trait pointillé parallèle à la tâche Planifiée. [48]

Il peut apparaître des tâches se réalisant pendant la même période. En effet, c'est un peu le but recherché car plus les tâches pourront se faire simultanément, plus la durée du projet sera

courte et plus le coût du projet risque de baisser. Il faut toutefois vérifier la disponibilité des ressources en regardant dans le tableau d'affectation, les ressources utilisées plusieurs fois.

Le tableau III.1 représente un diagramme de Gantt où chaque colonne représente une unité de temps, les traits épais représentent les durées d'exécution prévues des. Par exemple, la tâche B, qui dure 5 unités de temps, ne peut commencer son exécution qu'après la fin de la tâche A et elle peut s'exécuter en même temps que la tâche C.

Temps \ Taches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	■	■	■							
B				■	■	■	■	■		
C				■	■	■	■			
D									■	
E										■

Tableau.III.1. Exemple de diagramme de Gantt.

Le chemin critique est formé d'une succession de tâches sur le chemin le plus long en termes de durées (A, B, D, E dans l'exemple). Il est appelé chemin critique parce que tout retard pris sur l'une des tâches de ce chemin entraîne du retard dans l'achèvement du projet.

Le diagramme de Gantt a plusieurs avantages :

- Facilement compréhensible par les exécutants, de par sa clarté et sa simplicité ;
- Lecteur facile des débuts et des fins des tâches ;
- Peut servir de base à des plans d'action intermédiaires plus détaillés ;
- Permet de suivre le déroulement des opérations dans le temps ;
- Résume assez bien l'analyse du projet établie par les responsables respectifs. [49]

Par contre, il présente un certain nombre de lacunes :

- Difficulté d'estimer les conséquences d'une avance ou d'un retard d'une tâche sur les autres tâches et sur le délai final ;
- Le diagramme de Gantt ne fait pas apparaître les liaisons qui existent entre les opérations.

Jusqu'à l'année 1958 on utilisait le diagramme de Gantt pour traiter les problèmes d'ordonnancement. Cette année-là, se sont développées en parallèle deux méthodes fondées sur la théorie des graphes pour ordonnancer les travaux. La méthode des potentiels de Bernard ROY appelée méthode française, et la méthode PERT/CPM appelée méthode américaine. Algorithmiquement, les deux méthodes sont équivalentes. Elles se distinguent seulement par la manière d'écrire le graphe de réseau. Nous les présenterons dans ce qui suit. [22]

III.6.2. La Méthode des potentiels métra MPM :

Cette méthode a été développée au début des années 60 par le français Bernard Roy et publiée dans la revue Métra, d'où le nom donné à la méthode.

Le problème est représenté sous forme d'un graphe tel que les tâches sont représentées par des nœuds et les contraintes de succession par des arcs, à chaque nœud sont associées une date de début au plus tôt et une date de fin au plus tard., à chaque arc est associé un délai d'attente entre les tâches. La date de début au plus tôt d'une tâche dépend de la date de fin des tâches qui la précèdent. La tâche début est initialisée avec une date de début au plus tôt égal à zéro. Cette méthode permet de déterminer la date de réalisation d'un projet ainsi que la date de début et de fin de chaque tâche mais elle est incapable de résoudre des problèmes qui prennent en compte plus de contraintes telles que l'incertitude et les coûts d'exécution des tâches. [50]. Le tableau.III.1 représente un exemple de la méthode des potentiels métra.

Taches	Durée	Taches antérieures
A	2	_____
B	4	_____
C	4	A
D	5	A, B
E	6	C, D

Tableau.III.2 : Exemple des taches MPM.

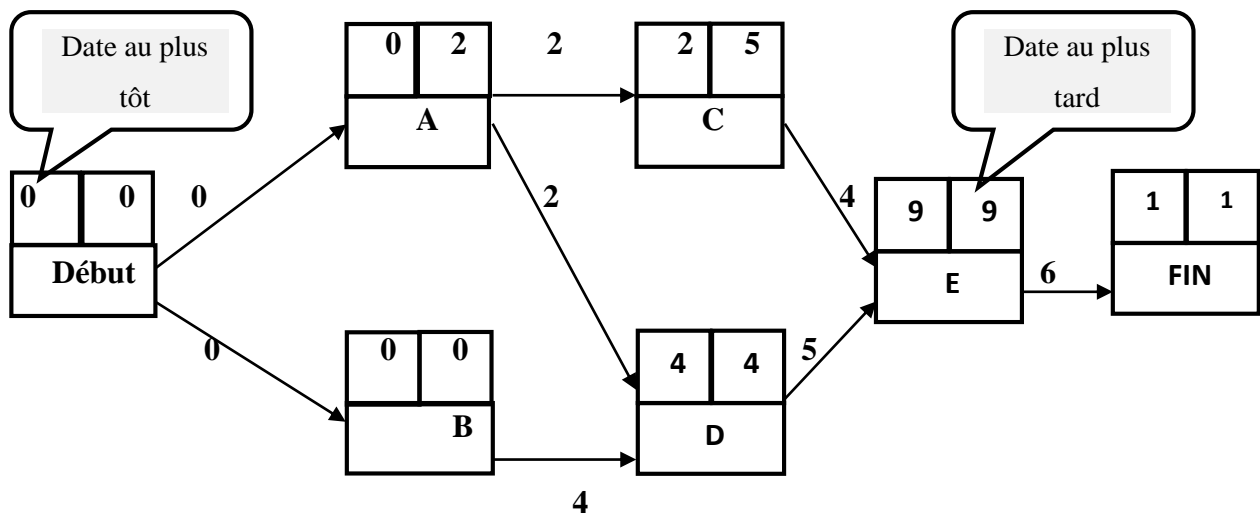


Fig.III.6. Exemple de diagramme de MPM.

- La date de début au plus tôt d'une tâche est obtenue en cumulant la durée des tâches qui précèdent sur la séquence la plus longue. On initialise le sommet début avec une date au plus tôt = 0.
- Les dates au plus tard : dates à laquelle doivent être exécutées les tâches sans remettre en cause la durée optimale de fin du projet.

III.6.3. Méthode P.E.R.T (Program Evaluation and Review Technique)

La méthode PERT (Program Evaluation and Review Technique – technique d'ordonnancement et de contrôle des programmes) a été mise au point par la marine américaine qui devait conduire à la réalisation des missiles à ogive nucléaire Polaris. L'enjeu principal est de rattraper le retard en matière de balistique par rapport à l'URSS, après le choc de la « crise de Spoutnik ». Cette technique a permis de coordonner les travaux de près de 6000 constructeurs, 250 fournisseurs et 9000 sous-traitants dans un délai de réalisation de 7 ans. L'utilisation de la méthode PERT a permis de ramener la durée globale du projet de 7 à 4 ans. [22]

On utilise un graphe de dépendances, pour chaque tâche, on indique une date de début et de fin au plus tôt et au plus tard. Le diagramme permet de déterminer le chemin critique qui conditionne la durée minimale du projet. Dans un graphe PERT :

-
- The diagram illustrates a PERT network with the following components and callouts:
- Projet P...**: The overall project name at the top.
 - Réseau PERT**: The title of the network diagram.
 - Tâche**: Points to a task node, represented by a circle divided into three sections: top-left for duration, top-right for early start, and bottom for task ID.
 - Etapes**: Points to the arrows (activities) connecting the task nodes.
 - Identification de la tâche**: Points to the task ID (E2) in the bottom section of a task node.
 - Date au plus tôt**: Points to the early start date (6) in the top-left section of a task node.
 - Durée de la tâche**: Points to the task duration (2) in the top-right section of a task node.
 - Date au plus tard**: Points to the late start date (10) in the bottom section of a task node.
 - Tâche fictive**: Points to a dashed arrow, representing a dummy activity used to show dependencies without duration.
 - Identification de l'étape**: Points to the stage identifier (E) in the top-left section of a task node.

- Deux étapes E et F qui sont convergentes (c'est à dire qui précède une même étape G) sont représentées de la manière suivante :

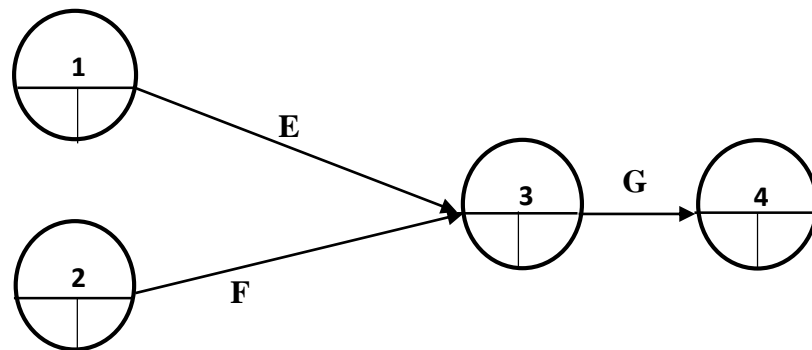


Fig.III.9. Règle 2 de diagramme de PERT.

Parfois, il est nécessaire d'introduire des tâches fictives. Une tâche fictive a une durée nulle. Elle ne modifie pas le délai final. Par exemple, si la tâche D succède aux tâches A et C, et que la tâche B succède seulement à la tâche A, on représentera le problème de la manière suivante :

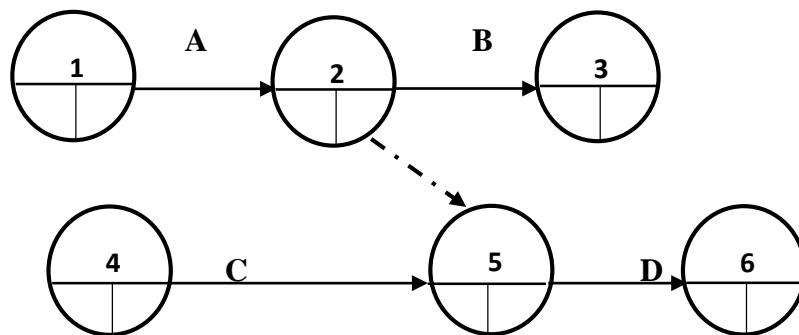


Fig.III.10. Règle 3 de diagramme de PERT.

Dans la méthode PERT, on calcule deux valeurs pour chaque étape :

- La date au plus tôt : il s'agit de la date à laquelle la tâche pourra être commencée au plus tôt, en tenant compte du temps nécessaire à l'exécution des tâches précédentes ;
- La date au plus tard : il s'agit de la date à laquelle une tâche doit être commencée à tout prix si l'on ne veut pas retarder l'ensemble du projet ;

- Le chemin critique est le chemin formé par les étapes de marge nulle, c'est-à-dire un ensemble d'activités tel que tout retard dans leur exécution provoquerait un retard de la fin du projet, chaque tâche du chemin critique est une tâche critique. Il devra être tracé de l'étape 0 à l'étape finale du projet, en reliant toutes les étapes critiques. La durée totale des tâches critiques donne la durée minimale de réalisation du projet. Le moindre retard au démarrage de l'une de ces tâches entraîne un retard équivalent sur la date de fin du projet.

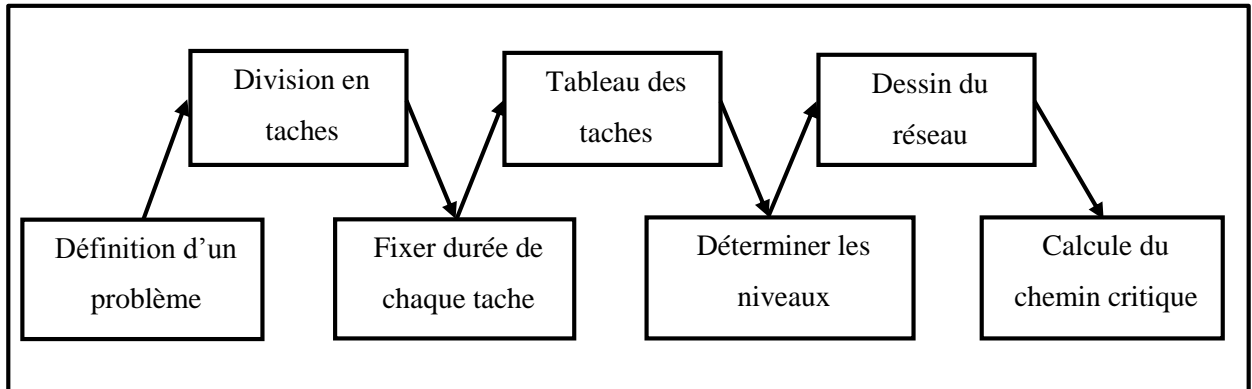


Fig.III.11. Méthodologie de réalisation d'un projet.

➤ Exemple de calcul :

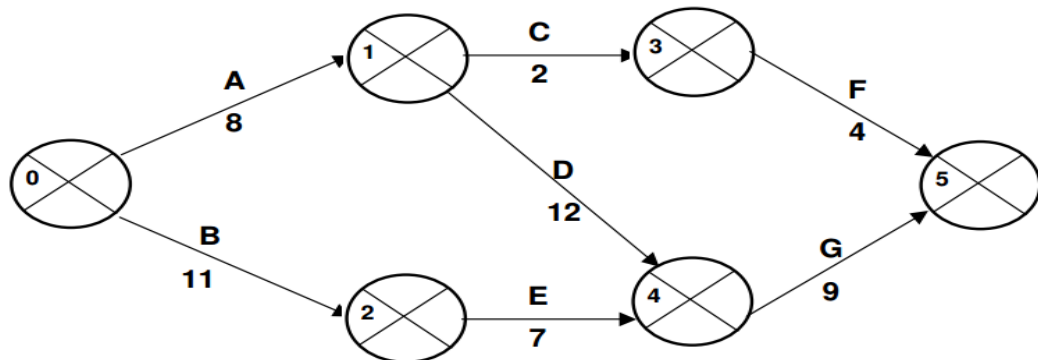


Fig.III.12. Exemple de diagramme de PERT.

- Date au plus tôt d'une étape = date au plus tôt de l'étape précédente + durée de la tâche comprise entre les deux étapes.
 - Le calcul part de l'origine, étape 0, au temps 0 ;
 - L'étape 1, n'est reliée à l'origine que par la tâche A, qui dure 8 jours ;
 - L'étape 1 est donc atteinte au plus tôt à : $0 + 8 = 8$ jours ;
 - L'étape 2 est atteinte au plus tôt à : $0 + 11 = 11$ jours ;
 - L'étape 4 est atteinte par 2 " chemins " : A + D et B + E soit : $8 + 12 = 20$ jours et $11 + 7 = 18$ jours ;

- Pour que l'étape 4 soit atteinte, il faut que D et E soient achevées ; on prend donc 20 jours ;
- Le calcul se poursuit en utilisant cette même méthode.

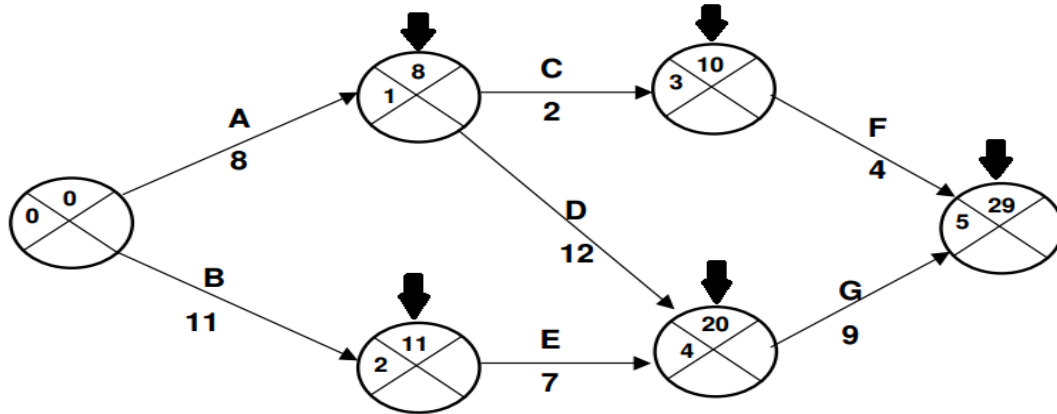


Fig.III.13 : Date au plus tôt d'une étape diagramme de PERT.

- Date au plus tard d'une étape = date au plus tard de l'étape suivante – durée de la tâche comprise entre les deux étapes.
- Le calcul part de l'étape finale et remonte vers le début du projet.
- Pour l'étape 3 on a : $29 - 4 = 25$ jours ;
- Pour l'étape 4 on a : $29 - 9 = 20$ jours ;
- Pour l'étape 2 on a : $20 - 7 = 13$ jours ;
- Pour l'étape 1 on a : $20 - 12 = 8$ jours. $25 - 2 = 23$ jours. ; on retient donc 8 jours ;
- Pour l'étape 0 on a : $8 - 8 = 0$ jours. $13 - 11 = 2$ jours. ; on retient donc 0 jours.

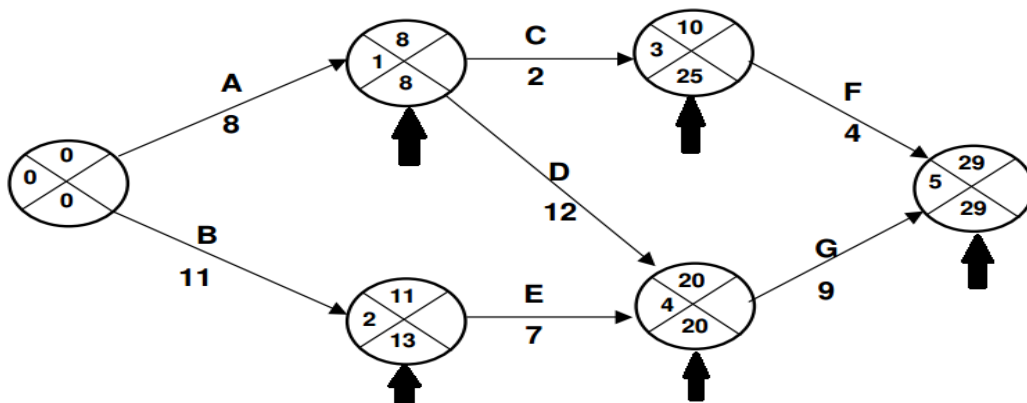


Fig.III.14 : Date au plus tard d'une étape de diagramme de PERT.

- La marge totale : C'est le retard maximum que peut prendre une tâche sans porter atteinte au plus tard de la tâche suivante (donc sans retarder la fin des travaux). $MT = \text{la date au plus tard} - \text{la date au plus tôt}$.
- Le calcul de la marge totale de la tâche A sera : $8 - 8 = 0 - 0$ soit 0 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche B sera : $13 - 11$ soit 2 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche C sera : $25 - 10$ soit 15 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche D sera : $20 - 20 = 8 - 8$ soit 0 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche E sera : $13 - 11$ soit 2 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche F sera : $29 - 10$ soit 19 ;
- Le calcul de la marge totale de la tâche G sera : $29 - 20 = 9$ soit 9. [51]

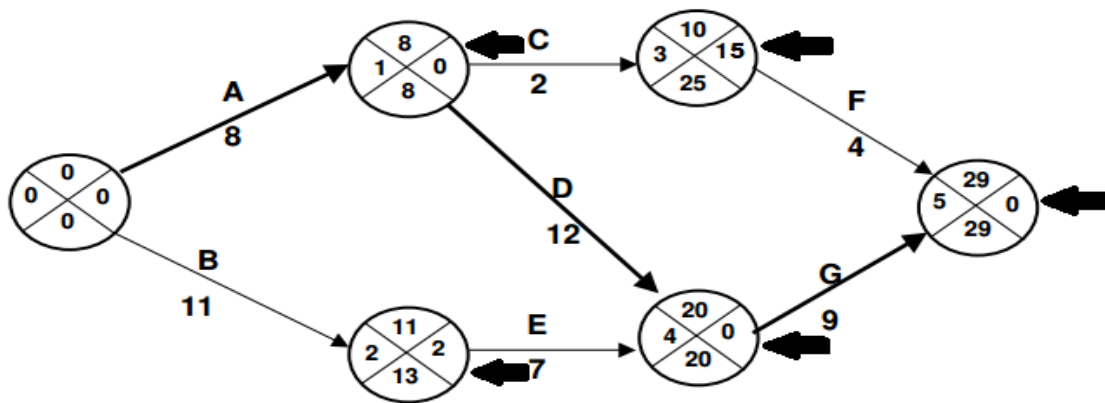


Fig.III.15 : La marge totale de diagramme de PERT.

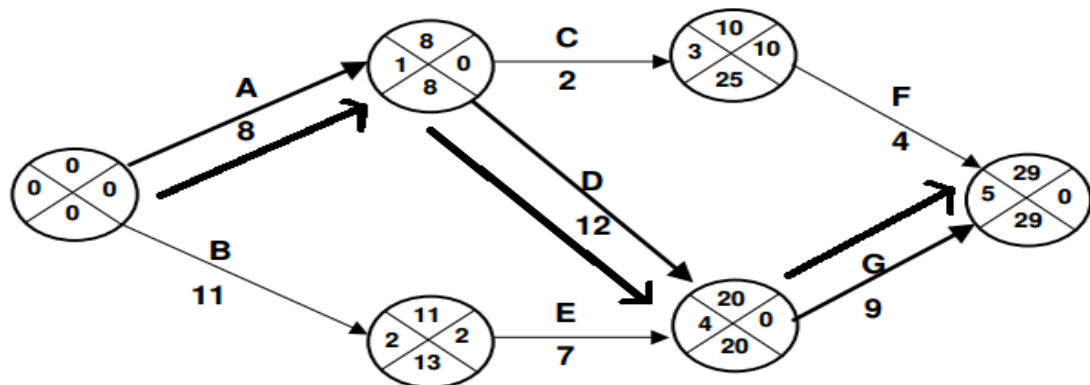


Fig.III.16 : Le chemin critique de diagramme de PERT.

Conclusion :

L'objectif de l'ordonnancement est non seulement d'organiser les activités dans le temps, mais également de permettre aux décideurs d'entreprises d'estimer les dates finales.

A travers ce chapitre, nous avons présenté quelques notions de base concernant l'ordonnancement, nous avons ensuite donné une brève description des techniques fondamentales d'ordonnancement qui sont largement appliquées et soutenues par de nombreux systèmes d'ordonnancement.

Nous montrons dans le chapitre suivant l'une de ces techniques, c'est la méthode PERT, par une application sur un projet au sein de la société MEI.